

Η έννοια της ισορροπίας στη Μηχανική

Ερώτηση:

Ένα υλικό σημείο εκτελεί φθίνουσα (γραμμική) ταλάντωση. Η θέση όπου η δύναμη επαναφοράς $F = -Dx$ που δέχεται είναι αντίθετη της δύναμης τριβής $F = -bv$ είναι θέση ευσταθούς, ασταθούς ή αδιάφορης ισορροπίας;

Απάντηση:

Υπάρχουν πολλές φράσεις και καταστάσεις που συνδέονται με τη λέξη ισορροπία. Ισορροπία (σκέτη), ευσταθής ισορροπία, ασταθής ισορροπία, αδιάφορη ισορροπία, στατιστική ισορροπία, ενεργειακή ισορροπία, θερμική ισορροπία, χημική ισορροπία, συντεταγμένες ισορροπίας κ.λ.π.

Στα παρακάτω θα περιοριστώ στις τέσσερις πρώτες έννοιες.

Η τοποθέτησή μου θα στηριχτεί αποκλειστικά σε ορισμούς, οριοθετώντας παράλληλα και τις περιοχές ισχύος τους στο μονοδιάστατο ευθύγραμμο χώρο, στον οποίο αναφέρεται η φθίνουσα ταλάντωση της ερώτησής σας.

Αρχικά θα περιοριστώ δηλαδή σε κινήσεις μιας διάστασης (άξονας x).

A. Η έννοια της ισορροπίας υλικού σημείου συνδέεται με μηδενισμό της συνισταμένης δύναμης που δρα επάνω του.

Όταν μελετάμε την ακινησία ή κάποια συγκεκριμένη κίνηση ενός υλικού σημείου (κίνηση κάτω από την επίδραση συγκεκριμένων δυνάμεων), τότε

Θέση ισορροπίας του υλικού σημείου είναι η θέση στην οποία ισχύει $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$.

Ισχύει δηλαδή η ισοδυναμία

$$\text{Ισορροπία υλικού σημείου} \leftrightarrow \vec{F}_{ολ} = \vec{0}$$

Ο ορισμός αυτός επιβάλλει να θεωρούμε ισορροπίες, μεταξύ άλλων και τις:

- ✓ Ακινησία
- ✓ Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
- ✓ Θέση στην οποία στιγμιαία ισχύει $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$, έστω και αν πριν ή μετά από αυτή τη θέση, πριν ή μετά από αυτή τη χρονική στιγμή ισχύουν άλλα κ.λ.π.

B. Οι έννοιες της ευσταθούς ισορροπίας, ασταθούς ισορροπίας και αδιάφορης ισορροπίας συνδέονται καταρχήν με συντηρητικά συστήματα, στα οποία η δυναμική ενέργεια είναι αποκλειστικά χωροεξαρτώμενη.

Μιλώντας πιο απλά, θα λέγαμε ότι οι παραπάνω έννοιες αφορούν κινήσεις που γίνονται αποκλειστικά κάτω από την επίδραση συντηρητικών δυνάμεων.

Τέτοιες κινήσεις είναι π.χ. η απλή αρμονική ταλάντωση και γενικότερα η κίνηση υλικού σημείου κάτω από την επίδραση μιας μόνο δύναμης με την οποία συνδέεται δυναμική ενέργεια $U(x)$ (όπως π.χ. οι μη γραμμικές ταλαντώσεις) κ.λ.π.

Στην περίπτωση λοιπόν στην οποία η κίνηση του υλικού σημείου συνδέεται αποκλειστικά με χωροεξαρτώμενη δυναμική ενέργεια $U(x)$ και άρα στην περίπτωση που έχουμε αποκλειστικά δύναμη συντηρητική:

α) Μια θέση χαρακτηρίζεται ως θέση ευσταθούς ισορροπίας, όταν στη θέση αυτή η $U(x)$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο.

β) Μια θέση χαρακτηρίζεται ως θέση ασταθούς ισορροπίας, όταν στη θέση αυτή η $U(x)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο.

γ) Μια θέση χαρακτηρίζεται ως θέση αδιάφορης ισορροπίας, όταν γύρω από τη θέση αυτή υπάρχει ένα ολόκληρο διάστημα του x στο οποίο η $U(x)$ παραμένει σταθερή.

Βάσει των παραπάνω ορισμών μπορούμε να καταλήξουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα για τα τρία αυτά είδη θέσεων ισορροπίας:

- ✓ Στα τρία αυτά είδη θέσεων που προαναφέραμε, η συντηρητική συνολική δύναμη πάνω στο υλικό σημείο είναι μηδέν.
Γι' αυτό εξάλλου χαρακτηρίζονται ως θέσεις ισορροπίας.
- ✓ Αν το υλικό σημείο αφηθεί χωρίς ταχύτητα σε μια τέτοιου είδους θέση ισορροπίας, θα παραμείνει ακίνητο, μιας και η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.
- ✓ Αν το υλικό σημείο είναι αρχικά ακίνητο σε μια τέτοιου είδους θέση ισορροπίας, μετατοπιστεί πολύ λίγο από την αρχική του αυτή θέση και αφηθεί ελεύθερο (χωρίς ταχύτητα), τότε:
 - Αν η αρχική αυτή θέση του υλικού σημείου είναι θέση ευσταθούς ισορροπίας, *θα επακολουθήσει φραγμένη κίνηση* γύρω από τη θέση ευσταθούς ισορροπίας. Για παράδειγμα στην απλή αρμονική ταλάντωση θέση ευσταθούς ισορροπίας είναι το $x=0$. Μια μικρή διαταραχή θα οδηγήσει σε φραγμένη κίνηση γύρω από το $x=0$ και με φράγμα το πλάτος της ταλάντωσης.
 - Αν η αρχική θέση του υλικού σημείου είναι θέση ασταθούς ισορροπίας, *θα επακολουθήσει μη φραγμένη κίνηση* και το υλικό σημείο θα απομακρυνθεί για πάντα από τη θέση ασταθούς ισορροπίας
 - Αν η αρχική θέση του υλικού σημείου είναι θέση αδιάφορης ισορροπίας, το υλικό σημείο και στη νέα του θέση θα παραμείνει πάλι ακίνητο.

Γ. Συμπεράσματα

α) Στη φθίνουσα ταλάντωση του συγκεκριμένου ερωτήματος του κ. Ρ.Μ. δεν έχουμε αποκλειστικά συντηρητική δύναμη πάνω στο υλικό σημείο και ως εκ τούτου, *δεν έχει νόημα να μιλάμε για θέσεις ευσταθούς, ασταθούς ή αδιάφορης ισορροπίας, παρά μόνο για θέσεις ισορροπίας.*

Εκείνες για τις οποίες ισχύει $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$

β) Στη φθίνουσα ταλάντωση *υπάρχουν αποκλειστικά και μόνο θέσεις ισορροπίας*, αυτές για τις οποίες ισχύει $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$. Δεν έχει νόημα ούτε να τις χαρακτηρίσουμε με κάποιον επιπλέον επιθετικό προσδιορισμό (ευσταθής, ασταθής, αδιάφορη), ούτε και να αναζητήσουμε τέτοιες θέσεις. Στη φθίνουσα ταλάντωση ζητάμε απλώς θέσεις ισορροπίας.

γ) Κάποιες φορές οι έννοιες ευσταθής ισορροπία, ασταθής ισορροπία και αδιάφορη ισορροπία χρησιμοποιούνται σε σώματα με διαστάσεις, αλλά αναφέρονται και σχετίζονται με το κέντρο μάζας των σωμάτων αυτών σε βαρυτικά πεδία. Ως εκ τούτου αντιμετωπίζονται ως υλικά σημεία σε συντηρητικά πεδία.

Ερώτηση:

Αν δεν κάνω λάθος ο ορισμός της ισορροπίας υλικού σημείου είναι ο εξής:

« Ένα υλικό σημείο ισορροπεί ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, αν **κάθε στιγμή** η κινητική του κατάσταση παραμένει αναλλοίωτη ως προς το σύστημα αυτό.»

Με βάση το ορισμό αυτόν προκύπτει ότι, αν για το υλικό σημείο **κάθε στιγμή** ισχύει η σχέση $F_{ολ}=0$, τότε αυτή αποτελεί την αναγκαία και ικανή συνθήκη για ισορροπία του υλικού σημείου.

Στη φθίνουσα γραμμική ταλάντωση ο παραπάνω ορισμός δεν ικανοποιείται, **διότι σ' όλη την διάρκειά της** η κινητική κατάσταση του υλικού σημείου μεταβάλλεται, που σημαίνει ότι το υλικό σημείο δεν ισορροπεί.

Αρα δεν έχει νόημα να μιλάμε για θέσεις ισορροπίας. Αν κατά την εξέλιξη της κίνησης του υλικού σημείου σε ορισμένες θέσεις και σε ορισμένες στιγμές ισχύει $F_{ολ}=0$ αυτό το προβλέπει ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα και όχι η αρχή της αδράνειας. Όμως όταν εξετάζουμε τη φθίνουσα ταλάντωση πρέπει να ενδιαφερόμαστε για το σύνολό της και όχι για μεμονωμένες στιγμές.

Αυτός νομίζω ότι είναι ο λόγος για τον οποίο δεν μπορούν να υπάρχουν θέσεις ευσταθούς, ασταθούς ή αδιάφορης ισορροπίας, διότι δεν υπάρχουν καν θέσεις ισορροπίας. Τίποτα δεν μας ενοχλεί όμως να ονομάσουμε τις θέσεις όπου ισχύει $F_{ολ}=0$ θέσεις, όπου η ταχύτητα του υλικού σημείου παρουσιάζει τοπικά ακρότατα και έτσι αποφεύγουμε την αντίφαση που προκύπτει ως προς τον ορισμό της ισορροπίας.

Απάντηση:

Ο ορισμός που επικαλείσθε είναι:

« Ένα υλικό σημείο ισορροπεί ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, αν **κάθε στιγμή** η κινητική του κατάσταση παραμένει αναλλοίωτη ως προς το σύστημα αυτό.»

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγετε είναι

« Με βάση το ορισμό αυτόν προκύπτει ότι, αν για το υλικό σημείο **κάθε στιγμή** ισχύει η σχέση $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$, τότε αυτή αποτελεί την αναγκαία και ικανή συνθήκη για ισορροπία του σημείου... »

Ο παραπάνω ορισμός δε παίρνει καθόλου υπόψη του το εννοιολογικό και λεκτικό υλικό με το οποίο προσπαθούμε να διαβάσουμε τη Φύση και το οποίο έχουμε **ήδη** ορίσει, δοκιμάσει και χρησιμοποιήσει, κατά την προσπάθειά μας να δομήσουμε μια ολόκληρη επιστήμη, την Φυσική.

Έτσι αυτόματα ο παραπάνω ορισμός που δώσατε περιορίζεται και ασφυκτιά, με αποτέλεσμα την άμεση αχρήστευσή του και κατά συνέπεια την αυτοκατάρρευσή του.

Ας επιχειρηματολογήσω:

Ο παραπάνω ορισμός που δώσατε για την ισορροπία:

α) Αναφέρεται μόνο σε αδρανειακά συστήματα, αποκλείοντας την έννοια της ισορροπίας από τα μη αδρανειακά συστήματα ή υπονοώντας ότι γι' αυτά τα συστήματα θα πρέπει να δοθεί για την ισορροπία άλλος ορισμός.

Εμείς όμως ξέρουμε ότι και σε μη αδρανειακά συστήματα (π.χ. σε μια διαστημική αποικία που περιστρέφεται), μπορούμε να κάνουμε θαυμάσιες ασκήσεις ισορροπίας ακόμη και για μαθητές της Α΄ ... διαστημικής τάξης Λυκείου.

β) Χρησιμοποιεί αόριστες, μη μαθηματικοποιήσιμες εκφράσεις, τη στιγμή που φιλοδοξεί να μαθηματικοποιήσει το συμπέρασμά του, να γράψει δηλαδή τελικά μια μαθηματική σχέση την $\vec{F}_{ολ} = \vec{0}$.

Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιεί την αόριστη έννοια "κινητική κατάσταση", όταν πουθενά στη Φυσική δεν έχει ορισθεί τέτοια έννοια.

Ενώ όμως δεν υπάρχει στη Φυσική σχέση που να ορίζει ως φυσικό μέγεθος την "κινητική κατάσταση",

.....

.....

Ολοκληρωμένη η απάντηση, αποτελεί την εργασία μου

«Η ανατομία ενός λανθασμένου ορισμού»

Πήλιο, Πέμπτη 31 Δεκεμβρίου 2009

*Θρασύβουλος Κων. Μαχαίρας
Φυσικός
Γενικού Λυκείου Αγριάς*