Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε χώρο, όπου συνυπάρχουν ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, ομογενή και χρονοανεξάρτητα

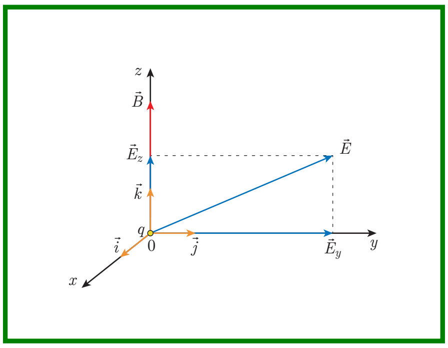
(Μέρος β΄:
Αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων: Ένας επικίνδυνος μύθος)

Η κίνηση φορτίου σε πεδία, μας επιβάλλει να γίνουμε θεατές σε ένα όμορφο παιχνίδι ορίων ανάμεσα στο Νεύτωνα, τον Maxwell και τον Αϊνστάιν, με μια Φύση να προ(σ)καλεί το φως, που έξω από όλους τους χρόνους στέκεται, στις εμπειρίες και στις σκέψεις του βιαστικού χρόνου της καθημερινότητάς μας...
Σκοπός μου λοιπόν στο α΄ μέρος αυτής της δουλειάς μου ήταν να ξεδιπλώσω την ομορφιά του φαινομένου, στην έκταση που θα κατάφερνα να δω, θέτοντας ως βασικό μου ερώτημα να βρούμε πόσα θα μας φανερώσει ή πόσο θα μας ταράξει η λάμψη της παράξενης ταχύτητας αυτού του άχρονου φωτός, που αλλάζει τα πεδία του στα μάτια των παρατηρητών και κάνει τα φωτόνιά του καμιά φορά να μας ... «κοροϊδεύουν».

Α. Η γενική εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου

Σε κάποιο χώρο συνυπάρχουν δύο ομογενή και χρονοανεξάρτητα πεδία, ένα ηλεκτρικό και ένα μαγνητικό.

Γενικά, οι εντάσεις των πεδίων θα σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία.
Προκειμένου να μελετήσουμε το φαινόμενο, επιλέγουμε σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου να βρίσκεται πάνω στον άξονα z, ενώ το επίπεδο που ορίζουν οι εντάσεις $\vec{E}$ και $\vec{B}$ των δύο πεδίων εκλαμβάνεται ως επίπεδο Oyz.
(βλέπε α΄ μέρος)



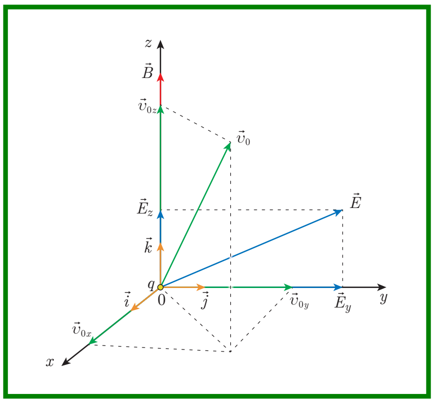
Αυτό σημαίνει ότι η γενική περίπτωση που εξετάζουμε, μπορεί να καλυφθεί από ***μια*** συνιστώσα για το μαγνητικό πεδίο και ***δύο*** συνιστώσες για το ηλεκτρικό.

$$\vec{E} = E_y \cdot \vec{j} + E_z \cdot \vec{k} \qquad (E_y\,, E_z = \text{πραγματικές σταθερές})$$

$$\vec{B} = B_z \cdot \vec{k} \Rightarrow \vec{B} = B \cdot \vec{k} \qquad (B = \text{πραγματική σταθερά})$$

Σωματίδιο μάζας m και φορτίου q εκτοξεύεται στο χώρο των δύο πεδίων με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$.

Για ευκολία στη γραφή των σχέσεων, μιας και δεν έχει καμιά επίπτωση στα συμπεράσματά μας, επιλέγουμε τη θέση από την οποία εκτοξεύτηκε το σωματίδιο, ως την αρχή Ο του συστήματος των αξόνων.



Άρα η αρχική θέση του σωματιδίου θεωρείται μηδέν.

Θεωρώντας αμελητέο το βάρος του, στο σωματίδιο δρα μόνο η δύναμη Lorentz.

Αν $\vec{r}(t)$ το διάνυσμα θέσης του σωματιδίου, από το νόμο του Νεύτωνα θα έχουμε

$$m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = q\vec{E} + q\vec{\upsilon}(t)\times\vec{B} \qquad (1)$$

Καλώ $\omega = \dfrac{qB}{m}$

(Τρέχω να προλάβω την παράξενη «λατρεία» μας να λέμε ή να μετατρέπουμε τελικά σε γωνιακή ταχύτητα οτιδήποτε συμβολίζεται με ω. Το ω είναι ένα απλό σύμβολο μιας μονόμετρης ποσότητας, που θα επαναλαμβάνεται μέσα στις παρακάτω σχέσεις και που μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό ανάλογα με τις τιμές των q και B. Θα μπορούσαμε να το λέγαμε ρ ή γ ή λ ή ό,τι άλλο θέλαμε.)

Οι γενικές εξισώσεις κίνησης (9), (10), (11) του α΄ μέρους της δουλειάς μου, που προσδιορίζουν την τροχιά του φορτισμένου σωματιδίου μετατρέπονται στις συναρτήσεις

$$x = -\frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t + \frac{E_y}{B}\cdot t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega} \qquad (2)$$

$$y = \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t - \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \qquad (3)$$

$$z = \frac{qE_z}{2m}\cdot t^2 + \upsilon_{0z}\cdot t \qquad \acute{o}\pi o\upsilon \qquad \omega = \frac{qB}{m} \qquad t \ge 0 \qquad (4)$$

Β. Σχολιάζοντας την «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων» ή αλλιώς επισημαίνοντας μια συνηθισμένη επικίνδυνη τακτική

Παρακάμπτω το ποιοι, πώς και γιατί καθιέρωσαν την τόσο πομπώδη φράση *«Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων» (Άκου αρχή!!! Από πού και ως πού αρχή;)*, κλείνω τα αυτιά μου στους ήχους της και την απορρίπτω ευθύς εξαρχής και ως φράση και ως διατύπωση, θεωρώντας την υπεύθυνη ποικίλων παρανοήσεων και εκτροχιασμών.

Η παραπάνω ανάλυση της κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου στα πεδία, είναι μια ακόμη ευκαιρία για να δούμε ότι στη θέση της λανθασμένης φράσης *«Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων»* θα πρέπει να χρησιμοποιούμε τη λιγότερο πομπώδη, αλλά απόλυτα σωστή φράση *«Επαλληλία (ή σύνθεση ή άθροισμα) εξισώσεων κίνησης»*.

Ένα πρόβλημα κίνησης ποτέ, μα ποτέ δε το αντιμετωπίζουμε με την «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων», με επαλληλία εξισώσεων κίνησης δηλαδή, αν δεν έχουμε την πείρα ή τη γνώση, ότι μπορούμε να κάνουμε κάτι τέτοιο.

Την απαραίτητη αυτή γνώση αποκτάμε με τα ακόλουθα βήματα:

- Καταστρώνουμε τη διαφορική εξίσωση που αφορά το συγκεκριμένο πρόβλημα κίνησης
- Επιλέγουμε τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος *(διανύσματα, σύστημα συντεταγμένων, τι είδους σύστημα συντεταγμένων κ.λ.π.)*
- Βρίσκουμε την εξίσωση κίνησης (λύση της διαφορικής)

Στην εξίσωση κίνησης μπορούμε να «δούμε» διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης.
Και τούτο το κάνουμε αν θέλουμε και ανάλογα με τις διαθέσεις μας, την ικανότητά μας και τις επιδιώξεις μας *(βελτίωση της προσωπικής μας αντίληψης για το φαινόμενο ή βελτίωση της διδακτικής του φαινομένου)*.

Το σημαντικό όμως είναι τούτο:

Τον «αέρα» με τον οποίο θα χειριστούμε την εξίσωση κίνησης, δηλαδή το ποια ή ποιες επαλληλίες κίνησης θα «δούμε» μέσα της μας τον δίνει η λύση της διαφορικής εξίσωσης (η ίδια δηλαδή η εξίσωση κίνησης) και όχι η «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων».

Μπορούμε σε μια συγκεκριμένη εξίσωση κίνησης να δούμε οποιαδήποτε επαλληλία εξισώσεων κίνησης τραβά η όρεξή μας, αρκεί να βλέπουμε σωστά και πάντα γνωρίζοντας τις επιμέρους λεπτομέρειες της φυσικής του φαινομένου.

Ποτέ μα ποτέ όμως δε λύνουμε άγνωστο πρόβλημα κίνησης χρησιμοποιώντας την «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων» (*), την επαλληλία εξισώσεων κίνησης δηλαδή, αν δεν έχουμε ισχυρότατους θεωρητικούς λόγους που να συνηγορούν ότι μπορούμε να το κάνουμε και, το κυριότερο, ότι μπορούμε να το κάνουμε με τη συγκεκριμένη επαλληλία εξισώσεων που θα επιλέξουμε.

Θα πρέπει λοιπόν να περάσει στη συνείδησή μας, ότι η επαλληλία εξισώσεων κίνησης είναι «παιχνίδια» που κάνουμε στη μία, τη μόνο μία κίνηση, που μπορεί να εκτελεί το σώμα για κάποιον συγκεκριμένο παρατηρητή.

Είναι «παιχνίδια» που κάνουμε, πατώντας και τα δυο μας πόδια στη διαφορική εξίσωση και τη λύση της
Οποιαδήποτε άλλα «παιγνίδια» κάνουμε για να «προφητεύσουμε» τη θέση του κινητού με επαλληλία που δεν πηγάζει από τη λύση της διαφορικής και πετύχουμε τη λύση, είναι ή κάποια κρυμμένη επαλληλία που δεν μπορέσαμε να δούμε στην εξίσωση κίνησης ή διάφορα τρυκ που μόλις τα ανακαλύψαμε και που η περιορισμένη εμβέλειά τους θα οδηγήσει πολύ κόσμο, ακόμη και μας ίσως, σε παρανοήσεις.
Σπεύδω να προλάβω, ότι η χρήση του όρου «παιχνίδια» δεν έγινε υποτιμητικά.
Σαφώς η επαλληλία εξισώσεων κίνησης είναι ένας πάρα πολύ καλός τρόπος να δούμε πιο ανάγλυφα κάποια πράγματα. Αρκετές φορές μάλιστα είναι ανυπέρβλητος τρόπος, όχι μόνο για να κατανοήσουμε και εμείς την κίνηση, αλλά και για να τη διδάξουμε.
Δεν είναι όμως αξιόπιστος τρόπος δουλειάς φυσικού, σε πρωτόγνωρο πρόβλημα κίνησης.

(*) *Στα επόμενα θα προσπαθήσω να χρησιμοποιώ όσο γίνεται λιγότερο αυτή την επικίνδυνη και απορριπτέα φράση. Στη θέση της θα χρησιμοποιείται η ορθή φράση «επαλληλία εξισώσεων κίνησης»*

Ας το ξαναπούμε:

Οποιαδήποτε επαλληλία εξισώσεων κίνησης ή οποιοδήποτε κινηματικό ή γεωμετρικό τέχνασμα και να εφαρμόσουμε για να δούμε που θα είναι το κινητό μετά από χρόνο t, δε θα είναι αξιόπιστο, αν δεν οδηγεί άμεσα ή έμμεσα στην εξίσωση κίνησης που έδωσε η διαφορική εξίσωση, <u>αν δηλαδή δεν έχει την ευλογία της διαφορικής</u>.

Γ. Μεταφράζοντας την εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου

Υπάρχουν οι παρακάτω βασικές επιλογές στην επίλυση μιας διαφορικής εξίσωσης:

Επίλυση διαφορικής εξίσωσης

Ι.Διανυσματικά χωρίς επιλογή και χρήση αξόνων

ΙΙ.Με χρήση αξόνων (συντεταγμένων)

ΙΙα.Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

ΙΙβ.Άλλο σύστημα συντεταγμένων

Εμείς στο μέρος α΄ της κίνησης φορτισμένου σωματιδίου, επιλέξαμε την πορεία ΙΙα και αυτή θα μεταφράζουμε:

Όπως ήδη αναφέραμε, η εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου μέσα στα δύο πεδία δίνεται από το διάνυσμα θέσης του

$$\vec{r}(t) = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k} \qquad (5)$$

όπου οι εξισώσεις κίνησης του σωματιδίου στους τρεις άξονες είναι

$$x = -\frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t + \frac{E_y}{B}\cdot t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega} \qquad (6)$$

$$y = \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t - \frac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \qquad (7)$$

$$z = \frac{qE_z}{2m}\cdot t^2 + \upsilon_{0z}\cdot t \qquad \text{και} \qquad \omega = \frac{qB}{m} \qquad t \geq 0 \qquad (8)$$

Διάφορες περιγραφές, του πώς κάποιος έλυσε τη διαφορική (1) και τί βλέπει στις σχέσεις (6), (7) και (8), <u>θα μπορούσαν να εκληφθούν ως «μεταφράσεις»</u> **<u>της μίας και μοναδικής κίνησης που εκτελεί το σώμα</u>** <u>με διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης.</u>

Άρα για να περιγραφεί **η μία και μοναδική κίνηση που εκτελεί ένα σώμα,** θα υπάρχουν τόσες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης όσες «μεταφράσεις» μπορέσουμε να διατυπώσουμε, ανάλογα με τη φαντασία και την ... «ανάγκη» που διαθέτουμε γι΄ αυτή τη φαντασία!!!!!

Ας δώσουμε κάποια παραδείγματα:

Στον άξονα x μπορούμε να δούμε διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης, «μεταφράζοντας» με διαφορετικό κάθε φορά τρόπο τη σχέση (6)

1. Η εξίσωση κίνησης στον άξονα x είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $-\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot \sigma\upsilon\nu\omega t$
- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0x}-\dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot \eta\mu\omega t$
- μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης $\dfrac{E_y}{B}\cdot t+\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}$

2. Η εξίσωση κίνησης στον άξονα x είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $-\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot \sigma\upsilon\nu\omega t+\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}$
- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0x}-\dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot \eta\mu\omega t$
- μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης $\dfrac{E_y}{B}\cdot t$

3. Η εξίσωση κίνησης στον άξονα x είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $-\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot \sigma\upsilon\nu\omega t+\dfrac{\upsilon_{0x}-\dfrac{E_y}{B}}{\omega}\cdot \eta\mu\omega t+\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}$ γύρω από το σημείο $\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega}$
- μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης $\dfrac{E_y}{B}\cdot t$

κ.λ.π.

<u>Στον άξονα y</u> μπορούμε να δούμε διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης μεταφράζοντας με διαφορετικό κάθε φορά τρόπο τη σχέση (7)

<u>*1.* Η εξίσωση κίνησης στον άξονα y είναι επαλληλία των εξισώσεων</u>

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega\, t$

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \cdot \eta\mu\omega\, t \;-\; \dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}$

<u>*2.* Η εξίσωση κίνησης στον άξονα y είναι επαλληλία των εξισώσεων</u>

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega\, t \;-\; \dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}$

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \cdot \eta\mu\omega\, t$

<u>*3.* Η εξίσωση κίνησης στον άξονα y είναι εξίσωση</u>

- μιας αρμονικής ταλάντωσης $y = \dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega\, t \;+\; \dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \cdot \eta\mu\omega\, t \;-\; \dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega}$

κ.λ.π.

<u>Στον άξονα z</u> μπορούμε να δούμε επαλληλίες εξισώσεων κίνησης μεταφράζοντας με διαφορετικό κάθε φορά τρόπο τη σχέση (8)

<u>*1.* Η εξίσωση κίνησης στον άξονα z είναι επαλληλία των εξισώσεων</u>

- μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα $\dfrac{qE_z}{2m} \cdot t^2$

- μιας ευθύγραμμης ομαλής κίνησης $\upsilon_{0z} \cdot t$

2. Η εξίσωση κίνησης στον άξονα z είναι

- μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης με αρχική ταχύτητα $\frac{qE_z}{2m}\cdot t^2 + \upsilon_{0z}\cdot t$

κ.λ.π.

Μπορώ επίσης να συνδυάσω και επαλληλίες αξόνων ανά δύο, ανά τρεις κ.λπ και να έχω μια καινούριες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης για τη μία, την πραγματική κίνηση του σωματιδίου.

Αν δηλαδή κάνω συνδυασμούς επιπέδου (δύο άξονες μαζί) και τρίτου άξονα, ή και αν ακόμη μεταφέρω προσθετέους από μέλος σε μέλος μπορώ να δω και άλλες επαλληλίες εξισώσεων γνωστών κινήσεων.

Για παράδειγμα, γράφοντας τις εξισώσεις (6), (7) και (8) ως

$$x-\frac{\upsilon_{0y}}{\omega} = -\frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t + \frac{E_y}{B}\cdot t \qquad (9)$$

$$y + \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega} = \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t \qquad (10)$$

$$z = \frac{qE_z}{2m}\cdot t^2 + \upsilon_{0z}\cdot t \qquad \text{και} \qquad \omega = \frac{qB}{m} \qquad (11)$$

μπορούμε να συνδυάσουμε επίπεδα ή άξονες και να δούμε διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης οι οποίες μπορεί να μεταφράζονται με διαφορετικό κάθε φορά τρόπο

1. Η εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας ομαλής κυκλικής κίνησης στο επίπεδο xy με εξισώσεις

$$x-\frac{\upsilon_{0y}}{\omega} = -\frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t$$

$$y + \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega} = \frac{\upsilon_{0x}-\frac{E_y}{B}}{\omega}\cdot\sigma\upsilon\nu\omega t + \frac{\upsilon_{0y}}{\omega}\cdot\eta\mu\omega t$$

με κέντρο στο σημείο $\left(\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \;,\; -\dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \right)$ του επιπέδου xy

και «μέτρο γωνιακής ταχύτητας» $|\omega| = \left| \dfrac{qB}{m} \right|$

- μιας ευθύγραμμης ομαλής $\dfrac{E_y}{B} \cdot t$ στον άξονα x

- μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης $\dfrac{qE_z}{2m} \cdot t^2 + \upsilon_{0z} \cdot t$ στον άξονα z

2. Η εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας ομαλής κυκλικής κίνησης στο επίπεδο xy

  με κέντρο στο σημείο $\left(\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \;,\; -\dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \right)$ του επιπέδου xy

  με ακτίνα $R = \dfrac{1}{|\omega|} \sqrt{\upsilon_{0y}{}^2 + \left(\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B} \right)^2}$

  και «μέτρο γωνιακής ταχύτητας» $|\omega| = \left| \dfrac{qB}{m} \right|$

- μιας ευθύγραμμης ομαλής $\dfrac{E_y}{B} \cdot t$ στον άξονα x

- μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης $\dfrac{qE_z}{2m} \cdot t^2 + \upsilon_{0z} \cdot t$ στον άξονα z

3. Η εξίσωση κίνησης του φορτισμένου σωματιδίου είναι επαλληλία των εξισώσεων

- μιας ομαλής κυκλικής κίνησης στο επίπεδο xy

με κέντρο στο σημείο $\left(\dfrac{\upsilon_{0y}}{\omega} \ , \ -\dfrac{\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B}}{\omega} \right)$ του επιπέδου xy

με ακτίνα $R = \dfrac{1}{|\omega|}\sqrt{{\upsilon_{0y}}^2 + \left(\upsilon_{0x} - \dfrac{E_y}{B} \right)^2}$

με «μέτρο γωνιακής ταχύτητας» $|\omega| = \left| \dfrac{qB}{m} \right|$

- μιας παραβολικής κίνησης $z = \dfrac{E_z \cdot B \cdot \omega}{2{E_y}^2} \cdot x^2 + \dfrac{{\upsilon_{oz}}^2 \cdot B}{E_y} \cdot x$ στο επίπεδο xz

κ.λ.π.

Συμπέρασμα:

Σε μια εξίσωση κίνησης μπορούμε να δούμε διάφορες επαλληλίες εξισώσεων κίνησης. Όσες θέλουμε... Αρκεί το άθροισμα των εξισώσεων κίνησης που βλέπουμε να είναι ίδιο ή μαθηματικά ισοδύναμο με την εξίσωση κίνησης που έβγαλε η διαφορική εξίσωση.

Για κάποιους που αγαπούν τα τρυκ θα έλεγα τούτο:

Σε μια κίνηση κάντε, αν αυτό σας βοηθά, οποιοδήποτε κινηματικό, γεωμετρικό, υπολογιστικό κ.λ.π. τρυκ θέλετε, αρκεί να οδηγεί στο ίδιο αποτέλεσμα με τη λύση της διαφορικής. Όμως έχετε ευθύνη να εξασφαλίσετε ότι δε βάζει σε κίνδυνο τους συλλογισμούς μας, τους συλλογισμούς αυτών που σας ακούνε, δεν ανάγει το τρυκ σε μέθοδο αντιμετώπισης των κινήσεων γενικά, δε βάζει σε κίνδυνο την αλήθεια της διαφορικής εξίσωσης και δε τη διασύρει, δεν ενθαρρύνει τους ανθρώπους να διώξουν από τη συνείδησή τους τα μαθηματικά και την αξία που έχουν για τη φυσική αντικαθιστώντας τα με προχειρότητες και με τρυκ, δεν αντιστρέφει τις συλλογιστικές προτεραιότητες, δεν... δεν... δεν...

Δ. Μετά από αυτά

Το κάθε σώμα, το κάθε υλικό σημείο, εκτελεί μία και μόνο μία κίνηση η εξίσωση της οποίας αποτελεί λύση της αντίστοιχης διαφορικής εξίσωσης.
Αν κάποιος θέλει να χρησιμοποιήσει τους πιθανούς προσθετέους αυτής της εξίσωσης κίνησης, ώστε να μιλήσει για επαλληλία εξισώσεων κίνησης, αυτό είναι δικιά του υπόθεση.

Η πομπώδης έκφραση «αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων» πρέπει να εγκαταλειφθεί όσο πιο γρήγορα ως τελείως αδόκιμη.

Στη θέση της θα χρησιμοποιηθεί η σωστή έκφραση *«Επαλληλία (ή σύνθεση ή άθροισμα) εξισώσεων κίνησης».*

Η χρήση της επαλληλίας εξισώσεων κίνησης πρέπει να γίνεται με προσοχή και εφόσον προηγούμενη γνώση της εξίσωσης κίνησης της μίας και μοναδικής κίνησης του υλικού σημείου το επιτρέπει.

Ε. Οι παράξενες απορίες μιας μαθήτριας

Πρώτη απορία:

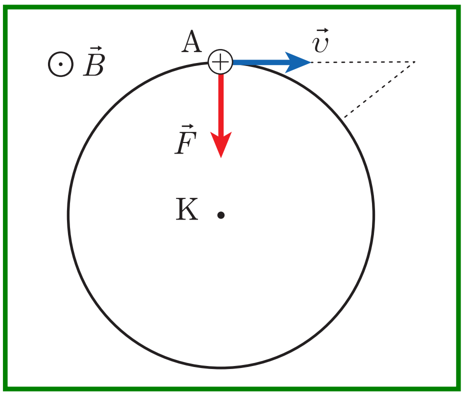
«......σκέφτηκα λοιπόν σε μια περίπτωση που εκτοξεύεται ένα πρωτόνιο σε μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές να προβλέψω τη θέση του στην ομαλή κυκλική κίνηση που κάνει με «την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων».

Σε κάποια χρονική στιγμή έχει ταχύτητα υ και η ασκούμενη δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα.

Η θέση του μετά χρόνο t μπορεί να προβλεφθεί εάν το φανταστώ

α. να εκτελεί επί χρόνο t την κίνηση Α, αυτή που θα εκτελούσε εάν δεν υπήρχε δύναμη – ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα υ - και στη συνέχεια

β. επί τον ίδιο χρόνο t, την κίνηση που θα εκτελούσε εάν δεν υπήρχε ταχύτητα - κάθετα στην προηγούμενη - υπό την επίδραση μιας δύναμης F που να κατευθύνεται προς το κέντρο.



Με αυτό τον τρόπο μπορώ να προβλέψω ότι θα βρεθεί στο σημείο της κυκλικής τροχιάς στο οποίο τελικά βρίσκεται μετά χρόνο t .

Κάνω κάποιο λάθος ;....»

Δεύτερη απορία:

«...σκέφτηκα και το άλλο. Αν φανταστώ τον εαυτό μου να κινείται με σταθερή ταχύτητα ίση με την ταχύτητα που έχει το σωματίδιο σε κάποια στιγμή, τι είδους κίνηση θα ήταν για μένα η ως προς το έδαφος κυκλική κίνηση; Αυτό όμως το βρίσκω πολύ δύσκολο για να δώσω μια απάντηση....»

«Απάντηση» για τη μαθήτρια

Αναφερόμενος στην πρώτη απορία της μαθήτριας

- Θα προσπαθούσα να της βγάλω από το μυαλό την «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων», ώστε να μη νομίζει ότι έχει στα χέρια της καμιά κρυμμένη **«αρχή»** της Φύσης και το κυριότερο **να μη νομίζει ότι ένα κινητό μπορεί να συμμετέχει σε πολλές κινήσεις που είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.**
- Θα προσπαθούσα να της πω ότι αντί να χρησιμοποιεί τον λανθασμένο όρο «αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων» καλά θα ήταν να χρησιμοποιεί τη φράση επαλληλία εξισώσεων κίνησης

- Θα προσπαθούσα να της βάλω στο μυαλό της, ότι η κίνηση είναι πάντα μόνο μία και ότι τα υπόλοιπα είναι προσθετέοι της εξίσωσης κίνησης αυτής της μίας και μόνο μίας κίνησης. Αυτός ο διαχωρισμός των προσθετέων γίνεται καμιά φορά για διδακτικούς κυρίως λόγους.
- Θα προσπαθούσα να της πω ότι είναι πολύ επικίνδυνο να αντιμετωπίζει την κάθε κίνηση με επαλληλίες εξισώσεων κίνησης που θα εφευρίσκει στην τύχη, γιατί θα πρέπει το άθροισμα αυτών των κινήσεων που επέλεξε να δίνει την εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου που εξετάζουμε
- Θα προσπαθούσα να της πω ότι οι τρεις-τέσσερις κινήσεις που διδάχτηκε ή θα διδαχτεί στο Λύκειο ως επαλληλίες, είναι ελεγμένες ότι μπορούν να αντιμετωπιστούν ως τέτοιες επαλληλίες. Θα πρέπει λοιπόν να μιλάει για επαλληλίες εξισώσεων κίνησης γι΄ αυτές και μόνο γι΄ αυτές τις κινήσεις.
  Για τις άλλες κινήσεις, όπως π.χ. η κυκλική, πρέπει να εγκαταλείψει όσο πιο γρήγορα γίνεται τις επαλληλίες που φαντάζεται.

<u>Αναφερόμενος στη δεύτερη απορία</u> της μαθήτριας

- Θα προσπαθούσα να την πείσω ότι ένα φαινόμενο μπορεί να περιέχει κίνηση, αλλά πολλές φορές δεν είναι μόνο μια «ξερή» κίνηση, δηλαδή μια σκέτη αλλαγή θέσης. Θα της έλεγα να μην ξεχωρίζει το φαινόμενο σε κομμάτια ευθύς εξ αρχής, αλλά θα πρέπει πρώτα να το βλέπει στο σύνολό του.
- Θα της έλεγα ότι στην περίπτωση του πρωτονίου που εξετάζουμε, δεν έχουμε απλά ένα σώμα που κάνει «ξερούς» κύκλους και που ζητάμε να βρούμε τη μορφή της τροχιάς που βλέπει κάποιος άλλος αδρανειακός παρατηρητής.
  Τα πράγματα είναι πολύ πιο πλούσια!!!!
  Εδώ έχουμε ένα φορτίο που εμείς το βλέπουμε να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση μέσα σε μαγνητικό πεδίο και ζητάμε να βρούμε την τροχιά την οποία βλέπει ένας παρατηρητής που κινείται ως προς εμάς.
  Θα της έλεγα λοιπόν ότι η ερώτησή της γίνεται πολύ πιο δύσκολη από αυτό που νομίζει, γιατί για τον κινούμενο παρατηρητή δεν αλλάζει μόνο η μορφή της τροχιάς, αλλά και το πεδίο μέσα στο οποίο κινείται το σωματίδιο.
  Και εκτός τούτου πρέπει να ελέγξω μήπως αλλάζει και η μάζα και το φορτίο και ίσως και η κλασική φυσική ολόκληρη!!!!

Τελικά κοπέλα μου κάνεις λάθος σε πολλά!
Αν θες πιο αναλυτική εξήγηση, χωρίς να εγγυώμαι ότι θα με καταλάβεις, κοίτα την απάντηση που δίνω μπροστά σε Φυσικούς αμέσως παρακάτω.

Απάντηση μπροστά σε Καθηγητές

<u>Αναφερόμενος στην πρώτη απορία της μαθήτριας</u>

Η λύση της διαφορικής είναι οι εξισώσεις (2), (3) και (4). Αν κάνω τους κατάλληλους μηδενισμούς σε αρχικές ταχύτητες και πεδία, ώστε να πάρουμε την περίπτωση του πρωτονίου της μαθήτριας, τότε η κίνησή του περιγράφεται από τις

Εξισώσεις κίνησης πρωτονίου μαθήτριας

$$x = \frac{\upsilon}{\omega} \cdot \eta\mu\omega\, t \qquad (12)$$

$$y = \frac{\upsilon}{\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega\, t - \frac{\upsilon}{\omega} \qquad (13)$$

όπου $\omega = \dfrac{qB}{m} > 0$ $\qquad \upsilon > 0 \qquad$ και $\qquad t \geq 0 \qquad (14)$

Το να «φανταζόμαστε» ότι το πρωτόνιο επί χρόνο t εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ, είναι σα να θέλουμε να «φανταζόμαστε» ότι στην εξίσωση (12) υπάρχει προσθετέος υt, όταν είναι φως φανάρι ότι δεν υπάρχει!!!!

Αν όμως επιμείνουμε ότι υπάρχει υt στη σχέση (12) τότε <u>για να μην αλλάξει η λύση της διαφορικής</u> θα πρέπει να δεχτούμε ότι υπάρχει και προσθετέος –υt . Δηλαδή θα πρέπει να δούμε τη σχέση (12) γραμμένη ως εξής

$$x = \frac{\upsilon}{\omega} \cdot \eta\mu\omega\, t + \upsilon t + \left(-\upsilon t\right) \qquad (12\alpha)$$

Δηλαδή αν επιμείνουνε ότι υπάρχει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου υ προς τα θετικά θα πρέπει να ακολουθήσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ και προς τα αρνητικά.
Δηλαδή θα αρχίσουμε να «φανταζόμαστε» κινήσεις που η μία να αναιρεί την άλλη.

Δεν ξέρω αν αυτό έχει κάποια αξία.
Νομίζω ότι είναι το ίδιο κωμικό σα να λέμε ότι η ακινησία είναι επαλληλία δύο ευθυγράμμων ομαλών κινήσεων υt και – υt.
Θα το πω ακόμη πιο κωμικά:
Να είναι κάποιος ακίνητος, να του λέμε ότι είναι ακίνητος και αυτός να ισχυρίζεται ότι εκτελεί συγχρόνως δύο ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις: Τη μία με ταχύτητα 5 m/s προς τα θετικά (5t) και την άλλη με ταχύτητα 5 m/s προς τα αρνητικά (-5t) !!!!!

Αν θέλουμε μπορούμε να «φανταζόμαστε» ότι στην (12) και στη (13) έχουμε ακόμη και ελεύθερη πτώση $\frac{1}{2}gt^2$, αρκεί να ακολουθήσει και ελεύθερη «ανύψωση».
Ας σοβαρευτούμε:
Το ποια επαλληλία εξισώσεων κίνησης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε θα μας το καθορίσει η λύση της διαφορικής εξίσωσης και όχι εμείς εκ των προτέρων χωρίς καν να δούμε πρώτα αυτή τη λύση.
<u>Πρέπει να συνειδητοποιήσουμε πως ό,τι μα ό,τι και να βλέπουμε και να φανταζόμαστε στον άξονα x και στον y και στον z , στο τέλος θα πρέπει να μας δώσουν τη (12) και τη (13) και στον z ακινησία.</u>

Και κάτι ακόμη!

Ας μην ανακατέψουμε ποτέ στα μάτια μιας μαθήτριας και για κανένα λόγο, την <u>«αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων»</u> η οποία στον μόνο που μπορεί να έχει εφαρμογή είναι <u>ο Τσάρλι το κογιότ και οι Road Runners (οι μπιπ-μπιπ)</u>.

Έγραφα κάποτε

«.....Αρκετές φορές ο Τσάρλι, στην προσπάθειά του να πιάσει κανέναν Runner, φτάνει στην άκρη του γκρεμού τρέχοντας. Δε καταλαβαίνει τον κίνδυνο και χωρίς να σταματήσει συνεχίζει ακάθεκτος την κούρσα του. Όταν πια έχει απομακρυνθεί από το χείλος του γκρεμού και βρίσκεται στον αέρα κινούμενος πάντα ευθύγραμμα, συνειδητοποιεί το ˝τρομερό˝ γεγονός και τότε αρχίζει η ελεύθερη πτώση που καταλήγει στο σχηματισμό κρατήρα. Πρώτα λοιπόν η ευθύγραμμη κίνηση και μετά η ελεύθερη πτώση.

Ο Τσάρλι το κογιότ, που εκτελεί τις κινήσεις μιας σύνθετης κίνησης διαδοχικά και ανεξάρτητα, μας κάνει και πολύ γελάμε που δεν καταλαβαίνει εγκαίρως ότι στη Φύση δεν υπάρχει αρχή ανεξαρτησίας κινήσεων.

<u>Στη Φύση το κάθε σώμα εκτελεί μια μόνο κίνηση και όχι πολλές ταυτόχρονα κινήσεις.</u>

Δε μπορεί ποτέ ένα κογιότ να εγκαταλείπει το γκρεμό, να κινείται ευθύγραμμα και μετά να αρχίζει η ελεύθερη πτώση. Ούτε μπορεί ένα κογιότ να φτάνει στην άκρη του γκρεμού τρέχοντας, να χωρίζεται σε δύο κογιότ και ο ένας εαυτός του να κινείται οριζόντια ευθύγραμμα ομαλά, ενώ ταυτόχρονα ο άλλος εαυτός του να εκτελεί ελεύθερη πτώση. Και να ξαναενώνονται στον κρατήρα.

Αν μας το δείχνανε κι αυτό θα γελούσαμε πιο πολύ.

Όταν όμως όλα αυτά τα λέμε στην τάξη, σε παιδιά, ως «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων», κάπου μακριά το τσακάλι γελάει που γελούσαμε τότε....»

Να το ξαναπώ και με άλλα λόγια:

Η επαλληλία των εξισώσεων κίνησης δεν είναι για να στήνουμε ασκήσεις, εφευρίσκοντας πιθανές κινήσεις που μπορεί να κάνει το σώμα, ανεξάρτητα τη μία από την άλλη και όλες μαζί να καταλήγουνε σε αυτή που μελετάμε.

Η επαλληλία των εξισώσεων κίνησης είναι η προσπάθειά μας να διαβάσουμε τη διαφορική εξίσωση και τη λύση της με έναν τρόπο που θα μας βοηθήσει να καταλάβουμε καλύτερα το φαινόμενο και πιθανώς καλύτερα να το διδάξουμε. Τίποτε άλλο.

Το «ποίημα», «το μυθιστόρημα» είναι η διαφορική και η λύση της. Η επαλληλία είναι μια προσωπική μας μετάφραση. Και τα πράματα αυτά ποτέ δεν αντιστρέφονται χρονικά. Οι συλλογισμοί, πρέπει να το πιστέψουμε, έχουν σειρά προτεραιότητας.

<u>Υπάρχει και κάτι άλλο ακόμη πιο οδυνηρό στην προσπάθεια της μαθήτριας να εφαρμόσει την διάτρητη «αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων» χωρίς να δει πρώτα τί της λέει η λύση της διαφορικής.</u>

Μετά την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ή έστω ταυτόχρονα υπάρχει και άλλη κίνηση με την επίδραση κάποιας δύναμης F για την οποία μόνο ένας Θεός ξέρει τί πράγμα είναι και τί σχέση έχει με την δύναμη του πεδίου και πόσο είναι το μέτρο της στις διάφορες θέσεις από τις οποίες θα περάσει το σωματίδιο εκτελώντας τη δεύτερη αυτή κίνηση κ.λπ

Χωρίς την ασφάλεια της λύσης της διαφορικής μόνο σε κωμικότητες μπορεί να οδηγήσει η χρήση μιας αρχής (αρχής ανεξαρτησίας κινήσεων) που δεν ήταν ούτε ποτέ αρχή Φυσικής ούτε και τίποτε σοβαρό!

<u>Αναφερόμενος στη δεύτερη απορία της μαθήτριας</u>

Αν θεωρήσουμε ότι η κοινή ταχύτητα με την οποία τρέχουν το πρωτόνιο και η μαθήτρια είναι μικρή σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός, τότε η μάζα του πρωτονίου δεν αλλάζει, το φορτίο του δεν αλλάζει έτσι κι αλλιώς, η φυσική που θα χρησιμοποιήσουμε δεν αλλάζει (θα είναι η μηχανική του Νεύτωνα), αλλά η μαθήτρια, έκπληκτη θα δει να εμφανίζεται «από το πουθενά», ένα ηλεκτρικό πεδίο!!!

Τότε θα είναι μοναδική ευκαιρία να προσπαθήσουμε να της πούμε ότι η φυσική έχει σχέση με τη ... Φύση

- *Θα της πω* ότι ο ηλεκτρισμός και ο μαγνητισμός είναι **οι δύο όψεις ενός νομίσματος** που το λέμε ηλεκτρομαγνητισμό
- *Θα της πω* ότι το ηλεκτρικό πεδίο που ξαφνικά εμφανίστηκε και που πριν, όταν ήταν ακίνητη δεν υπήρχε, το «γέννησε» απλά και μόνο η κίνησή της. Ή μάλλον θα της αναλύσω ότι πάντα υπήρχε, αλλά για να το δει έπρεπε **να κοιτάξει από μια άλλη «οπτική» γωνία το νόμισμα-ηλεκτρομαγνητισμός**
- *Θα της πω* ότι οι αδρανειακοί παρατηρητές δε «βλέπουν» τα ίδια πράγματα, αλλά κάνουν την ίδια φυσική
- *Θα της πω* ότι παρόλο που καμιά φορά «βλέπουν» τελείως διαφορετικά πράματα δε μπορούμε να τους ξεχωρίσουμε μεταξύ τους
- *Θα της πω* ότι στα μάτια των διαφόρων αδρανειακών παρατηρητών δεν αλλάζουν μόνον οι τροχιές των σωματιδίων, αλλά και τα πεδία που βλέπουνε
- *Θα της πω* ότι κοιτώντας την ίδια πραγματικότητα άλλος παρατηρητής βλέπει μόνο ηλεκτρικό πεδίο, άλλος μόνο μαγνητικό, άλλος και ηλεκτρικό και μαγνητικό
- *Θα της πω* ότι η πραγματικότητα είναι σχετική και ότι όλοι έχουν δίκιο
- *Θα της πω* ότι στη μηχανική του Νεύτωνα οι αδρανειακοί παρατηρητές βλέπουν πάντα την ίδια δύναμη και συνεπώς όποια δύναμη έβλεπε πριν που ήταν ακίνητη και είχε μπροστά της μόνο το μαγνητικό πεδίο, την ίδια ακριβώς δύναμη βλέπει και τώρα που στο παλιό μαγνητικό πεδίο προστέθηκε και το ηλεκτρικό
- *Θα της πω*.... θα της πω....

....

Μετά και αφού τελειώσω όλα τα **«Θα της πω.....»** θα ασχοληθώ και με το τι είδους κίνηση θα δει να εκτελεί το πρωτόνιο, όταν θα αρχίσει να τρέχει με ταχύτητα υ.

Από τις σχέσεις (18) της ανάρτησης

«Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε χώρο, όπου συνυπάρχουν ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο ομογενή και χρονοανεξάρτητα (Μέρος α΄)»

φαίνεται καθαρά ότι ο χώρος μιας μαθήτριας που κινείται με ταχύτητα υ ως προς το έδαφος, περιέχει το ίδιο μαγνητικό πεδίο B στον άξονα z΄ όπως και πριν, αλλά στον άξονα y΄ εμφανίστηκε και ηλεκτρικό πεδίο $E_y{}' = -\upsilon B$.

Ας δούμε αναλυτικά τί συμβαίνει στη μαθήτρια

Αρχική κατάσταση μαθήτριας *(μαθήτρια ακίνητη ως προς το έδαφος):*

- Νιώθει, θέλει και είναι ακίνητη
- Το έδαφος είναι ακίνητο ως προς την μαθήτρια
- «Βλέπει» ένα μαγνητικό πεδίο B που έχει κατεύθυνση προς αυτή (προς τα θετικά του άξονα z)

- «Βλέπει» ένα πρωτόνιο να μπαίνει στο μαγνητικό πεδίο με αρχική ταχύτητα υ προς τα θετικά του άξονα x (ταχύτητα δηλαδή κάθετη στο μαγνητικό πεδίο).

Ξέρει από το σχολείο της ότι το πρωτόνιο θα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση στο επίπεδο xOz

Τελική κατάσταση μαθήτριας *(μαθήτρια κινείται με υ ως προς το έδαφος)***:**

- Νιώθει, θέλει και είναι ακίνητη
- Το έδαφος τρέχει με -υ ως προς την μαθήτρια
- «Βλέπει» ένα μαγνητικό πεδίο B που έχει κατεύθυνση προς αυτή (προς τα θετικά του άξονα z΄)
- «Βλέπει» ένα ηλεκτρικό πεδίο E_y΄=−υB στον άξονα y΄
- «Βλέπει» ένα πρωτόνιο να βρίσκεται αρχικά ακίνητο μέσα στα πεδία (αρχική ταχύτητα πρωτονίου μηδέν)

Η δεύτερη επομένως ερώτηση της μαθήτριας μεταφράζεται στο

«τί είδους κίνηση κάνει για μια μαθήτρια ένα πρωτόνιο όταν βρεθεί ακίνητο αρχικά, σε ένα χώρο που συνυπάρχουν ένα μαγνητικό πεδίο B στον άξονα z΄ και ένα ηλεκτρικό πεδίο E_y΄=−υB στον άξονα y΄»

Αυτό όμως είναι εύκολο και το έχουμε ήδη απαντήσει. Αλλά ας το ξαναδούμε λίγο πιο αναλυτικά:

Στις σχέσεις (2), (3) και (4) βάζω

- για τις αρχικές ταχύτητες $\upsilon_{0x} = \upsilon_{0y} = \upsilon_{0z} = 0$
- για το ηλεκτρικό πεδίο $E_x = E_z = 0 \qquad E_y = -\upsilon B$
- για το μαγνητικό πεδίο B

και βρίσκω ότι η κίνηση που βλέπει η κινούμενη με ταχύτητα υ μαθήτρια για το πρωτόνιο περιγράφεται από τις εξισώσεις

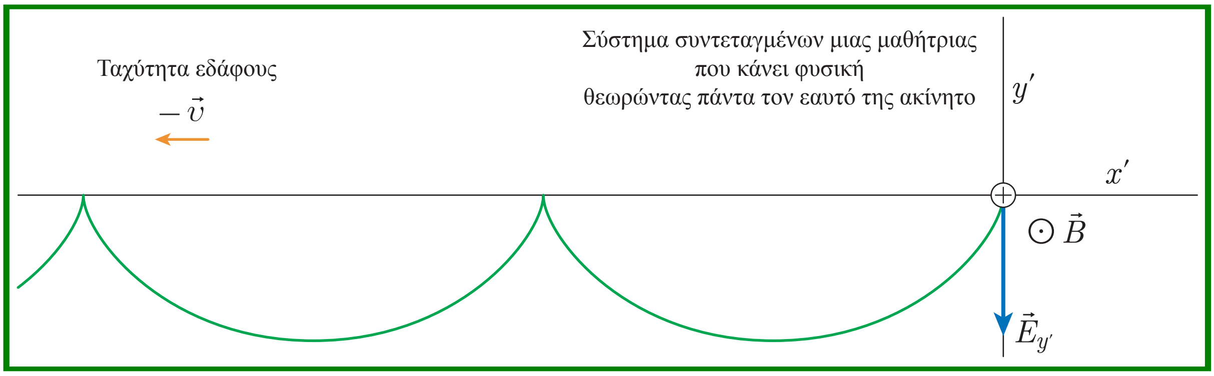
$$x' = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot \eta\mu\omega t - \upsilon t = \frac{\upsilon}{\omega}\left(\eta\mu\omega t - \omega t\right) \qquad (15)$$

$$y' = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot \sigma\upsilon\nu\omega t - \frac{\upsilon}{\omega} = \frac{\upsilon}{\omega}\left(\sigma\upsilon\nu\omega t - 1\right) \qquad (16)$$

Οι σχέσεις αυτές προσδιορίζουν ένα κυκλοειδές με **«ακτίνα του κύκλου που κυλίεται»** $R = \frac{\upsilon}{\omega} = \frac{m\upsilon}{Bq}$, όση δηλαδή η ακτίνα του κύκλου που έβλεπε να διαγράφει το πρωτόνιο, όταν η μαθήτρια ήταν ακίνητη ως προς το έδαφος.

(Χρησιμοποίησα τόνους στους άξονες και τις σχέσεις για να μη μπερδευτούν με εκείνους όταν η μαθήτρια ήταν ακίνητη)

Άρα το πρωτόνιο για τη μαθήτρια που κινείται με ταχύτητα υ ως προς το έδαφος, κάνει μια κίνηση που δεν έχει κάποιο ειδικό όνομα, αλλά που η τροχιά είναι ένα κυκλοειδές που ξεκινά από τη θέση που βρισκόταν αρχικά το πρωτόνιο (από την αρχή των αξόνων δηλαδή) και βρίσκεται στο επίπεδο x΄Oy΄ στο 3ο τεταρτημόριο



<u>Μπορούμε να απαντήσουμε στη μαθήτρια και με έναν καθαρά κινηματικό τρόπο, αδιαφορώντας δηλαδή για τον υπόλοιπο πλούτο του φαινομένου</u>

Ως προς την μαθήτρια το έδαφος έχει εξίσωση κίνησης $x_{εδ} = -\upsilon t$

Από τις σχέσεις (12), (13) και (14) βλέπουμε ότι ως προς το έδαφος το πρωτόνιο έχει εξισώσεις κίνησης

$$x = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot ημ\omega\, t$$

$$y = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot συν\omega\, t - \frac{\upsilon}{\omega}$$

όπου $\quad \omega = \frac{qB}{m} > 0 \quad$ και $\quad \upsilon > 0$

Άρα ως προς τη μαθήτρια το πρωτόνιο έχει εξίσωση κίνησης

$$x' = x_{εδ} + x$$

$$y' = y$$

Δηλαδή

$$x' = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot ημ\omega\, t - \upsilon t \qquad\qquad y' = \frac{\upsilon}{\omega}\cdot συν\omega\, t - \frac{\upsilon}{\omega}$$

που είναι ίδιες με τις (15) και (16)

<u>Άρα η τροχιά του πρωτονίου είναι κυκλοειδές και η κίνησή του δεν έχει κάποιο ιδιαίτερο όνομα.</u>

Σάββατο, 13 Μαρτίου 2010

Θρασύβουλος Κων. Μαχαίρας
Φυσικός