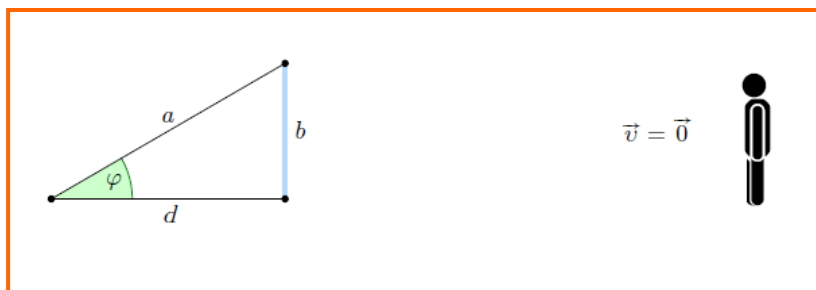


Σχετικότητα και γωνίες

Ο παρατηρητής (Π) είναι ακίνητος ως προς το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 1.



Σχήμα 1: Το τρίγωνο όπως το βλέπει ο ακίνητος ως προς αυτό παρατηρητής

Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του τριγώνου γράφει:

- Για τη γωνία φ

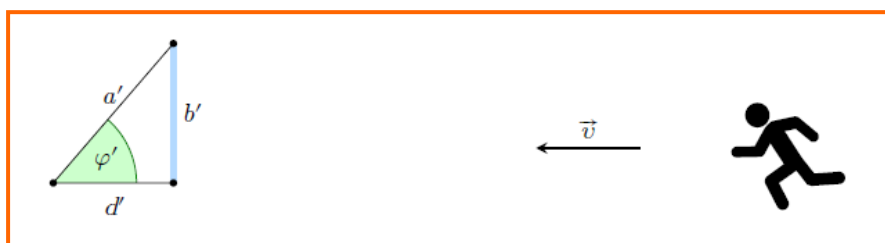
$$\tan \varphi = \frac{b}{d} \quad (1)$$

- Για το μήκος της υποτεινούςας

$$a^2 = b^2 + d^2 \quad (2)$$

Ο παρατηρητής (Π) τρέχει προς το ορθογώνιο τρίγωνο με τεράστια ταχύτητα v , συγκρίσιμη με τη c , εκείνη δηλαδή του φωτός. Η διεύθυνση της ταχύτητας του (Π) είναι ίδια με εκείνη που ορίζει η πλευρά d του τριγώνου.

Λόγω της τεράστιας ταχύτητάς του, ο (Π) πρέπει στους υπολογισμούς του να πάρει υπόψη του τη σχετικότητα του Αϊνστάιν, σύμφωνα με την οποία η πλευρά b ως κάθετη στην διεύθυνση κίνησης του (Π) δεν αλλάζει μήκος, ενώ η d έχει υποστεί συστολή στο μήκος της (σχήμα 2).



Σχήμα 2: Ο παρατηρητής τρέχει με ταχύτητα συγκρίσιμη εκείνης του φωτός. Το τρίγωνο αλλάζει. Η γωνία φ' που μετράει ο παρατηρητής είναι πιο μεγάλη από την φ

Άρα

$$b' = b \quad (3)$$

και

$$d' = d \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4)$$

Χρησιμοποιώντας όσα επιβάλλει η σχετικότητα (σχέσεις 3 και 4) ο παρατηρητής (Π) γράφει:

- Για τη γωνία φ'

$$\tan \varphi' = \frac{b'}{d'} \Rightarrow \tan \varphi' = \frac{b}{d \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \tan \varphi' = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

- Για το μήκος της υποτείνουσας

$$a'^2 = b'^2 + d'^2 \Rightarrow a'^2 = b^2 + d^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \Rightarrow a'^2 = a^2 - d^2 \frac{v^2}{c^2} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (5) και (6) φαίνεται ότι

$$\varphi' > \varphi$$

$$a' < a$$

Συμπεράσματα

α) Όταν ο παρατηρητής (Π) κινείται προς το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 1 η υποτείνουσα υφίσταται «συστολή μήκους»

β) Η οξεία γωνία φ που σχηματίζει η υποτείνουσα με την κάθετη πλευρά του τριγώνου που έχει τη διεύθυνση της κίνησης υφίσταται «διαστολή μέτρου»

γ) Η άλλη οξεία γωνία θ του ορθογωνίου τριγώνου υφίσταται «συστολή μέτρου», επειδή οι δύο οξείες γωνίες φ και θ πρέπει να έχουν άθροισμα 90°

δ) Λόγω του ειδικού προσανατολισμού του ορθογωνίου τριγώνου, η πλευρά b παραμένει αμετάβλητη και συνεπώς το ορθογώνιο τρίγωνο παραμένει ορθογώνιο.

Το μήκος των δύο άλλων πλευρών του τριγώνου ελαττώνεται

ε) Οι μετασχηματισμοί που συνδέουν τα στοιχεία του ορθογωνίου τριγώνου για έναν ακίνητο και έναν κινούμενο παρατηρητή είναι

$$b' = b$$

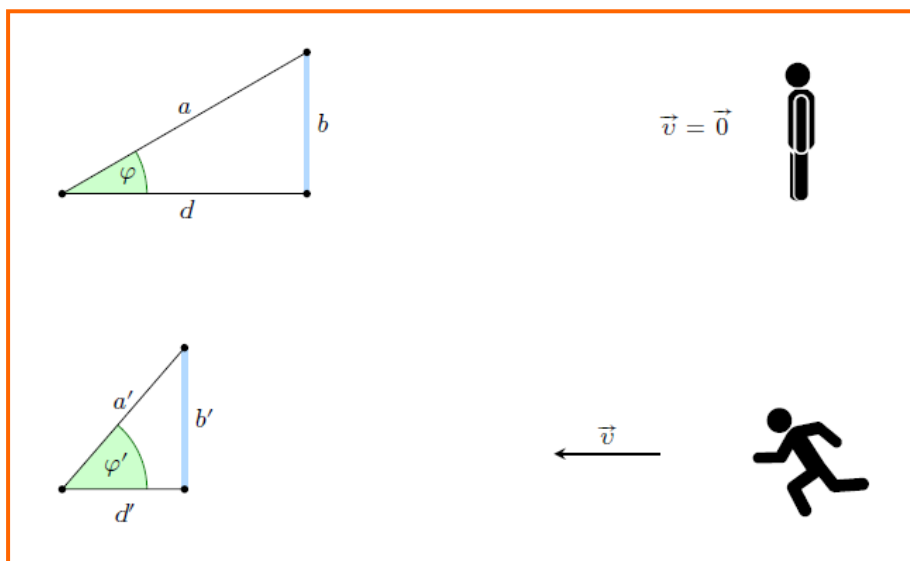
$$d' = d \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$a'^2 = a^2 - d^2 \frac{v^2}{c^2}$$

$$\tan \varphi' = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\tan \vartheta' = \tan \vartheta \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Άρα στο επίπεδο που ορίζει το ορθογώνιο τρίγωνο ισχύει το *σχήμα 3*

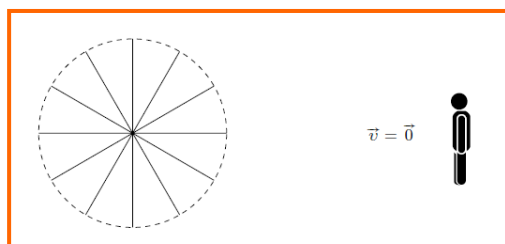


Σχήμα 3: Οι σχετικιστικές ταχύτητες «διαστέλλουν» τη γωνία φ , ενώ η άλλη οξεία γωνία του ορθογωνίου τριγώνου «συστέλλεται»

Εφαρμογές

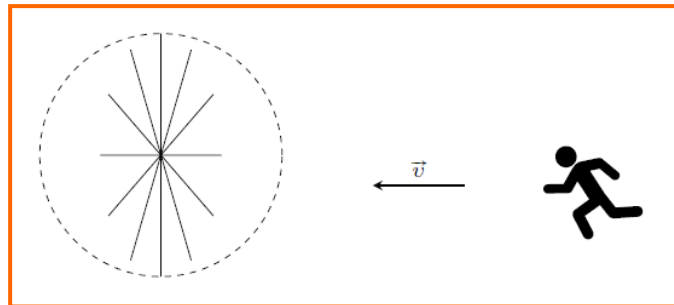
Ένας «αχινός» ...

- Έτσι βλέπουμε τον «αχινό» όταν είμαστε ακίνητοι



Σχήμα 4: Ο αχινός όταν είμαστε ακίνητοι

- Έτσι βλέπουμε τον «αχινό» όταν τρέχουμε



Σχήμα 5: Όταν τρέχουμε ο αχινός «μαζεύει» τα αγκάθια του σε κάθετη διεύθυνση

Συμπέρασμα

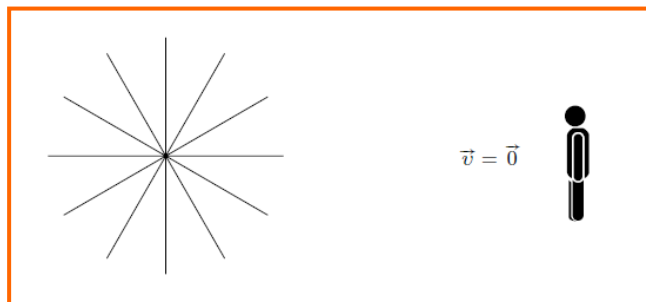
Όταν τρέχουμε, τα αγκάθια του «αχινού» συγκεντρώνονται σε διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση κίνησής μας.

Η συγκέντρωση αυτή είναι μεγαλύτερη αν είναι μεγαλύτερη η ταχύτητά μας.

α) Έστω ότι τα αγκάθια του «αχινού» είναι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές γύρω από ένα ηλεκτρικό σημειακό φορτίο Q

Αν είμαστε ακίνητοι ως προς το σημειακό φορτίο Q , τότε οι δυναμικές γραμμές γύρω από αυτό θα έχουν μια ομοιόμορφη κατανομή και το πεδίο του θα είναι ομοιόμορφα ακτινικό.

Αν ένδειξη του μέτρου της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θεωρήσουμε την «πυκνότητα» των δυναμικών γραμμών τότε το μέτρο της έντασης του πεδίου γύρω από το Q θα είναι ίδιο ανεξάρτητα από την διεύθυνση, αρκεί η απόσταση από το Q να είναι ίδια. Συνεπώς και το μέτρο της δύναμης που θα ασκείται από το Q σε άλλο φορτίο q θα είναι ίδιο ανεξάρτητα από την διεύθυνση, αρκεί η απόσταση του q από το Q να είναι ίδια.

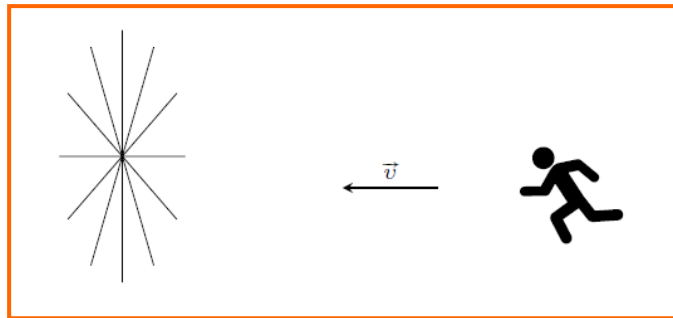


Σχήμα 6: Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου ενός στάσιμου σημειακού φορτίου για ακίνητο παρατηρητή

Αν κινούμαστε προς ή από το σημειακό φορτίο Q , τότε θα υπάρχει συγκέντρωση των δυναμικών γραμμών που πεδίου σε διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση κίνησής μας (σχήμα 7).

Η συγκέντρωση αυτή είναι μεγαλύτερη αν είναι μεγαλύτερη η ταχύτητά μας v .

Άρα το μέτρο της έντασης του πεδίου γύρω από το Q θα εξαρτάται καθοριστικά από τη διεύθυνση έστω κι αν η απόσταση από το Q είναι ίδια. Συνεπώς και το μέτρο της δύναμης που θα ασκείται από το Q σε άλλο φορτίο q θα εξαρτάται καθοριστικά από τη διεύθυνση έστω κι αν η απόσταση του q από το Q είναι ίδια. Το μέτρο αυτών των δυνάμεων γίνεται όλο και μεγαλύτερο όσο πλησιάζουμε σε διευθύνσεις κάθετες στη διεύθυνση κίνησής μας.



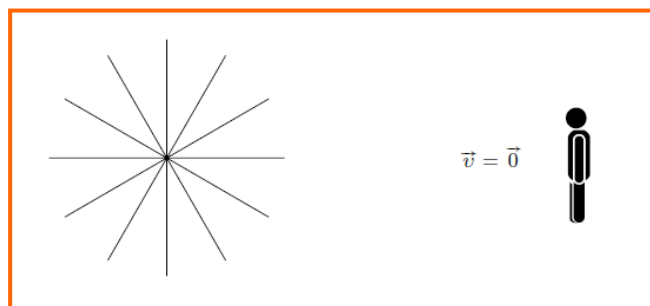
Σχήμα 7: Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου ενός σημειακού φορτίου για παρατηρητή που τρέχει με τεράστιες (σχετικιστικές) ταχύτητες

Επομένως

Όταν κινούμαστε με μεγάλες ταχύτητες (σχετικιστικές) τότε οι ηλεκτρικές δυνάμεις κατά τη διεύθυνση της κίνησης εξασθενούν ενώ γίνονται ισχυρές όσο πλησιάζουμε σε κάθετες διευθύνσεις

β) Έστω ότι τα αγκάθια του «αχινού» είναι οι ακτίνες από ένα αστέρι

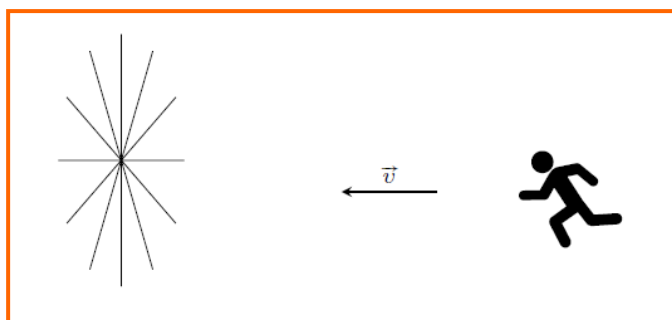
Αν είμαστε ακίνητοι ως προς το αστέρι θα το βλέπουμε να λάμπει κατά τα συνηθισμένα. Ας πούμε ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις γύρω του



Σχήμα 8: Ένα αστέρι λάμπει ομοιόμορφα για έναν ακίνητο παρατηρητή

Αν κινούμαστε ως προς το αστέρι τότε θα υπάρξει ισχυρή συγκέντρωση των ακτινών του σε κάθετες διευθύνσεις με αποτέλεσμα το φως που φθάνει σε μας να είναι αποτέλεσμα λιγότερων ακτινών (σχήμα 9) .

Το αστέρι σε αυτή την περίπτωση θα φαίνεται λιγότερο φωτεινό.



Σχήμα 9: Ένα αστέρι αρχίζει να σκοτεινιάζει καθώς τρέχουμε προς την διεύθυνση της κίνησής μας μιας και οι ακτίνες φωτός τους «προτιμούν» την κάθετη διεύθυνση

Όταν η ταχύτητά μας αυξάνει το αστέρι, λόγω σχετικιστικής αλλαγής των γωνιών θα γίνεται όλο και πιο σκοτεινό και κάποια στιγμή ίσως χαθεί από τα μάτια μας.

Βέβαια η φωτεινότητα ενός αστεριού εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως είναι π.χ. το φάσμα εκπομπής του, το φαινόμενο Doppler κ.λπ, που είναι όμως ανταγωνιστικοί μεταξύ τους (μπορεί δηλαδή ο ένας παράγοντας να αυξάνει τη φωτεινότητα και ο άλλος να τη μειώνει).

Έτσι το τι θα κάνει ακριβώς η φωτεινότητα ενός συγκεκριμένου αστεριού όταν αυξάνει η ταχύτητα με την οποία κινούμαστε θέλει και ειδική μελέτη μιας και δεν έχουμε να κάνουμε με μια γενική συμπεριφορά.

Πάντως η σχετικιστική αλλαγή των γωνιών οδηγεί σε μείωση της φωτεινότητας των άστρων καθώς αυξάνει η ταχύτητά μας.

Τετάρτη 6 Νοεμβρίου 2019

Θρασύβουλος Μαχαίρας
Φυσικός

(Τα παραπάνω δεν υποστηρίζονται από κάποια γνωστή μου βιβλιογραφία και συνεπώς δεν είναι διασταυρωμένες ιδέες και υπολογισμοί. Μπορεί λοιπόν κάπου να υπάρχει λάθος. Η υπόδειξή του, αλλά και κάθε παρατήρηση για καλύτερη παρουσίαση των πραγμάτων με τις σχετικιστικές γωνίες είναι καλοδεχούμενη)